

二分探索木とバランス木 (Binary Search Trees & Balanced Trees)

1. 本日の到達目標とキーワード

【到達目標】

- (1) 二分探索木(BST)の探索・挿入・削除アルゴリズムの挙動と計算量を説明できる。
- (2) 木のバランスが崩れる問題点と、回転操作によるバランス維持(AVL/赤黒木)の概念を理解する。

【キーワード】 BST条件, 中順走査(Inorder), 計算量 $O(\log n)$, 回転(Rotation), AVL木

2. 二分探索木 (BST) の定義と特性

定義 (BST Property):

- 任意のノード x について、
- x の左部分木内の全てのキー $\leq x.key$
- x の右部分木内の全てのキー $\geq x.key$

特性: 中順走査(Inorder Tree Walk)を行うと、キーが昇順に出力される。

擬似コード: 挿入操作 (Iterative)

```
BST-Insert(T, z) {  
  y = NIL;  
  x = T.root;  
  while (x != NIL) {  
    y = x;  
    if (z.key < x.key) x = x.left;  
    else x = x.right;  
  }  
  z.p = y;  
  if (y == NIL) T.root = z; // Tree was empty  
  else if (z.key < y.key) y.left = z;  
  else y.right = z;  
}
```

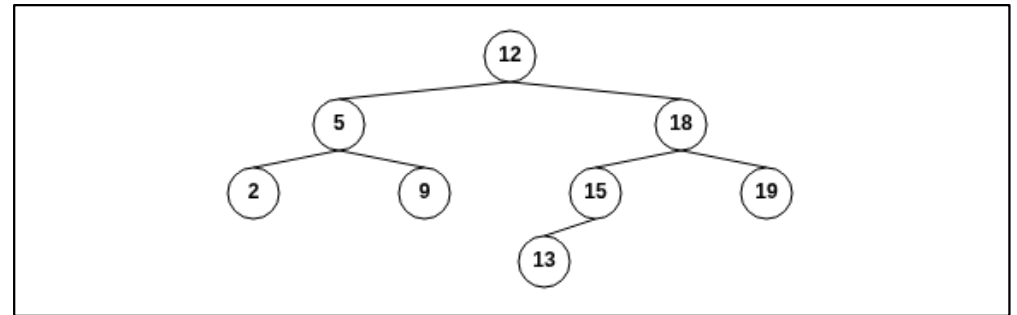
計算量:

- 探索・挿入・削除の計算量は、木の高さ h に比例する。
- 平均: $O(\log n)$ (ランダムにデータが来る場合)
- 最悪: $O(n)$ (すでに整列されたデータが来ると線形リストになる → バランス木の必要性)

3. 演習問題: BSTの構築

問題: 以下の数列を順に挿入して空の二分探索木を構築せよ。

入力: { 12, 5, 18, 2, 9, 15, 19, 13 }



4. バランスの維持: 回転 (Rotation)

木の高さが $O(n)$ になるのを防ぐため、挿入・削除後に局所的な操作「回転」を行って高さを $O(\log n)$ に保つ。

右回転 (Right Rotate): 左の子を持ち上げ、自分を右の子にする。

左回転 (Left Rotate): 右の子を持ち上げ、自分を左の子にする。

```
[ y ] Right Rotate [ x ]  
  / ¥ -----> / ¥  
[ x ] c <----- a [ y ]  
  / ¥ Left Rotate / ¥  
      a b b c
```

まとめ & 次回予告

- BSTは平均的には高速だが、偏ると遅くなる。
 - AVL木や赤黒木は、回転操作により常に高さを対数オーダーに保つ。
- 次回: ヒープ構造と優先度付きキュー (Priority Queue) ※課題#3 提出締切厳守